

Integrales indefinidas

1. Calcula las siguientes integrales:

$$\text{a) } \int (x + 2) dx \quad \text{b) } \int (3x^2 + 2x - 3) dx \quad \text{c) } \int \left(x + \frac{1}{2x^3}\right) dx \quad \text{d) } \int \left(2x + \frac{3}{x^2} - 10\right) dx$$

2. Calcula las siguientes integrales:

$$\text{a) } \int (10x + \sqrt{x}) dx \quad \text{b) } \int \left(x^2 + \frac{\sqrt[3]{x}}{2}\right) dx$$

3. Calcula las siguientes integrales:

$$\text{a) } \int \frac{6}{x+1} dx \quad \text{b) } \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 + x + x^2\right) dx \quad \text{c) } \int \frac{\cos x}{3 + \operatorname{sen} x} dx \quad \text{d) } \int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x} dx$$

4. Calcula las siguientes integrales:

$$\text{a) } \int 5 \cdot e^{3x+2} dx \quad \text{b) } \int 6 \cdot \sqrt{e^{5x}} dx$$

5. Calcula las siguientes integrales:

$$\text{a) } \int \operatorname{sen} \left(5x + \frac{1}{2}\right) dx \quad \text{b) } \int x^2 \cdot \cos(x^3 + 10) dx$$

6. Calcula las siguientes integrales:

$$\text{a) } \int \frac{4x}{\cos^2(x^2 + 2)} dx \quad \text{b) } \int \operatorname{cosec}^2 \left(5x + \frac{3}{10}\right) dx$$

7. Calcula las siguientes integrales:

$$\text{a) } \int \frac{1}{16 + x^2} dx \quad \text{b) } \int \frac{1}{x \cdot (1 + (\operatorname{Lx})^2)} dx$$

8. Escribe la expresión algebraica de la función $F(x)$ sabiendo que $f(x) = F'(x) = 6x^2 - 6x + 5$ y que $F(2) = 8$.

9. De todas las funciones primitivas de $f(x) = 15x^2 - 2$, escribe la expresión algebraica de la que pasa por el punto $P(-2, -23)$.

10. Escribe la ecuación de la curva que pasa por los puntos $A(1, 0)$ y $B(-1, 8)$ y cuya derivada segunda es $f''(x) = -12x + 6$.

11. Escribe la expresión algebraica de la función $F(x)$ sabiendo que $f(x) = F'(x) = \operatorname{sen} x + \cos x$ y que pasa por el punto $Q\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)$.

12. La velocidad de un móvil en un cierto movimiento viene dada por $v(t) = 5t + 2$:

- Escribe todas las posibles funciones que expresen el recorrido.
- De todas las funciones anteriores, escoge aquella que verifica que cuando han transcurrido 2 segundos el móvil ha recorrido 28 metros.
- Considerando el caso del apartado anterior, calcula el recorrido efectuado por el móvil cuando han transcurrido 10 segundos desde que se inició el movimiento.

SOLUCIONES

Nota: Siguiendo el criterio del libro, la constante C se sobrentiende, por lo que sólo se escribe cuando se pide su valor.

$$1. \text{ a) } \int (x + 2) dx = \frac{x^2}{2} + 2x$$

$$\text{b) } \int (3x^2 + 2x - 3) dx = x^3 + x^2 - 3x$$

$$\text{c) } \int \left(x + \frac{1}{2x^3}\right) dx = \int \left(x + \frac{1}{2}x^{-3}\right) dx = \frac{x^2}{2} + \frac{x^{-2}}{-4} = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{4x^2}$$

$$\text{d) } \int \left(2x + \frac{3}{x^2} - 10\right) dx = \int (2x + 3x^{-2} - 10) dx = x^2 + \frac{3x^{-1}}{-1} - 10x = x^2 - \frac{3}{x} - 10x$$

$$2. \text{ a) } \int (10x + x^{\frac{1}{2}}) dx = 5x^2 + \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} = 5x^2 + \frac{2\sqrt{x^3}}{3}$$

$$\text{b) } \int \left(x^2 + \frac{x^{\frac{1}{2}}}{2}\right) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^{\frac{3}{2}}}{2 \cdot \frac{4}{3}} = \frac{x^3}{3} + \frac{3\sqrt{x^4}}{8}$$

$$3. \text{ a) } \int \frac{6}{x+1} dx = 6 \cdot L | x + 1 |$$

$$\text{b) } \int \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 1 + x + x^2\right) dx = -\frac{1}{x} + L | x | + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

$$\text{c) } \int \frac{\cos x}{3 + \sin x} dx = L | 3 + \sin x |$$

$$\text{d) } \int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \operatorname{tg} x} dx = L | \operatorname{tg} x |$$

$$4. \text{ a) } \int 5e^{3x+2} dx = \frac{5}{3} \int 3 e^{3x+2} dx = \frac{5}{3} e^{3x+2}$$

$$\text{b) } \int 6 \sqrt{e^{5x}} dx = 6 \frac{2}{5} \int \frac{5}{2} e^{\frac{5}{2}x} dx = \frac{12}{5} e^{\frac{5x}{2}}$$

$$5. \text{ a) } \frac{1}{5} \int 5 \operatorname{sen} \left(5x + \frac{1}{2}\right) dx = -\frac{1}{5} \cos \left(5x + \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{b) } \frac{1}{3} \int 3x^2 \cos (x^3 + 10) dx = \frac{1}{3} \operatorname{sen} (x^3 + 10)$$

$$6. \text{ a) } 2 \int \frac{2x}{\cos^2 (x^2 + 2)} dx = 2 \operatorname{tg} (x^2 + 2)$$

$$\text{b) } \frac{1}{5} \int 5 \operatorname{cosec}^2 \left(5x + \frac{3}{10}\right) dx = -\frac{1}{5} \operatorname{ctg} \left(5x + \frac{3}{10}\right)$$

$$7. \text{ a) } \frac{4}{16} \int \frac{\frac{1}{4}}{1 + \left(\frac{x}{4}\right)^2} dx = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4}$$

$$\text{b) } \operatorname{arctg} (Lx)$$

$$8. F(x) = \int (6x^2 - 6x + 5) dx = 2x^3 - 3x^2 + 5x + C$$

$$F(2) = 2 \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + C = 14 + C = 8 \Rightarrow C = -6 \Rightarrow F(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 6$$

$$9. F(x) = \int (15x^2 - 2) dx = 5x^3 - 2x + C$$

$$F(-2) = 5(-2)^3 - 2(-2) + C = -36 + C = -23 \Rightarrow C = 13 \Rightarrow F(x) = 5x^3 - 2x + 13$$

$$10. f'(x) = \int (-12x + 6) dx = -6x^2 + 6x + C$$

$$f(x) = \int (-6x^2 + 6x + C) dx = -2x^3 + 3x^2 + Cx + K$$

$$\begin{cases} f(1) = 1 + C + K = 0 \\ f(-1) = 5 - C + K = 8 \end{cases} \Rightarrow C = -2, K = 1 \Rightarrow f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 2x + 1$$

$$11. F(x) = \int (\operatorname{sen} x + \cos x) dx = -\cos x + \operatorname{sen} x + C$$

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\cos \frac{\pi}{2} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} + C = 1 + C = -2 \Rightarrow C = -3 \Rightarrow F(x) = -\cos x + \operatorname{sen} x - 3$$

$$12. \text{ a) } e(t) = \int (5t + 2) dt = \frac{5}{2}t^2 + 2t + C$$

$$\text{b) } e(2) = 10 + 4 + C = 28 \Rightarrow C = 14 \Rightarrow e = \frac{5}{2}t^2 + 2t + 14$$

$$\text{c) } e(10) = 250 + 20 + 14 = 284 \text{ m}$$