ediciones sm

La recta en el plano

1. En cada uno de los siguientes casos, calcula las coordenadas del vector cuyo origen es el punto A y cuyo extremo es el punto B:

a) $A(2, 3)$ y $B(4, 5)$ b) $A(-2, -4)$ y $B(-4, 5)$

2. a) Del vector $\overrightarrow{PQ} = (5, 3)$ se sabe que $P(-1, 2)$. Calcula las coordenadas del extremo Q.

b) Del vector $\overrightarrow{AB} = (-2, 6)$ se sabe que $B(-2, -4)$. Calcula las coordenadas del origen A.

3. Calcula las coordenadas de los puntos medios de los segmentos que tienen por extremos los puntos A y B en los siguientes casos:

a) $A(2, 3)$ y $B(-4, 3)$ b) $A(-2, 4)$ y $B(-4, 6)$

4. Calcula la ecuación vectorial, las ecuaciones paramétricas, la ecuación general y la ecuación explícita de la recta r en los siguientes casos:

a) r pasa por el punto $A(-1, 3)$ y tiene como dirección la del vector $\vec{u} = (-3, -2)$.

b) Pasa por los puntos $A(-1, 2)$ y $B(-3, 4)$.

c) Pasa por el punto $A(-3, 4)$ y su pendiente vale $m = 2$.

5. Calcula el punto de intersección de las siguientes rectas:

a) $r: 2x + 3y - 5 = 0$; $s: -4x + 3y + 1 = 0$ b) $r: -2x + 4y - 12 = 0$; $s: x + 3y - 4 = 0$ c) $r: 3x + 4y - 7 = 0$; $s: -4x + 3y + 26 = 0$

6. Comprueba si las siguientes rectas son secantes, paralelas o coincidentes. En el caso de que sean secantes, calcula el correspondiente punto de corte.

a) $r: 2x + 3y - 5 = 0$; $s: -4x - 6y + 1 = 0$ b) $r: -2x + 4y - 12 = 0$; $s: 3x - 6y + 18 = 0$ c) $r: x + 2y - 3 = 0$; $s: -2x + 4y - 6 = 0$

7. Calcula la ecuación de la recta s que pasa por el punto $P(2, -3)$ y es paralela a la recta r en los siguientes casos:

a) $r: 2x + y = 0$ b) $r: 2x - 3y + 7 = 0$ c) $r: y + 8 = 0$

8. Decide en cuáles de los siguientes casos los puntos A, B y C están alineados y en cuáles forman triángulo.

a) $A(-1, -5)$, $B(0, -3)$, $C(-2, -7)$ b) $A(1, 2)$, $B(2, 7)$, $C(-1, 3)$

9. Calcula las ecuaciones de las medianas del triángulo de vértices $A(1, 2)$, $B(2, 7)$ y $C(-1, 3)$.

10. Dado el triángulo de vértices $A(3, 1)$, $B(2, -2)$, $C(0, 0)$.

a) Calcula las coordenadas de su baricentro.

b) Calcula las ecuaciones de las rectas que pasan por el baricentro y son paralelas a cada uno de los lados del triángulo.

c) Escribe la ecuación del haz de rectas cuyo vértice es el baricentro del triángulo.

11. Calcula el valor de k para que la recta $-2kx + (3k - 2)y - k = 0$ pase por el punto $A(-1, 5)$.

12. Calcula el valor de k para que la recta $x + (1 + k)y - 3 - k = 0$ forme con los ejes coordenados un triángulo de cuatro unidades cuadradas de área.

SOLUCIONES

1. a) $\overrightarrow{AB} = (2, 2)$ b) $\overrightarrow{AB} = (-2, 9)$

2. a) $\overrightarrow{PQ} = \vec{q} - \vec{p} \Rightarrow \vec{q} = \vec{p} + \overrightarrow{PQ}$

$\vec{q} = (-1, 2) + (5, 3) = (4, 5) \Rightarrow Q = (4, 5)$

b) $\vec{a} = \vec{b} - \overrightarrow{AB}$

$\vec{a} = (-2, -4) - (-2, 6) = (0, -10) \Rightarrow A = (0, -10)$

3. a) $x_m = \frac{1}{2}(2 - 4) = -1$, $y_m = \frac{1}{2}(3 + 3) = 3 \Rightarrow M(-1, 3)$

b) $x_m = \frac{1}{2}(-2 - 4) = -3$, $y_m = \frac{1}{2}(4 + 6) = 5 \Rightarrow M(-3, 5)$

4. a) $\vec{x} = (-1, 3) + t(-3, -2) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$

$\frac{x + 1}{-3} = \frac{y - 3}{-2} \Rightarrow 2x - 3y + 11 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3}$

b) $\vec{x} = (-1, 2) + t(-2, 2) \Rightarrow \begin{cases} x = -1 - 2t \\ y = 2 + 2t \end{cases}$

$\frac{x + 1}{-2} = \frac{y - 2}{2} \Rightarrow x + y - 1 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow y = -x + 1$

c) $y - 4 = 2(x + 3) \Rightarrow y = 2x + 10$

$2x - y + 10 = 0 \Rightarrow \vec{x} = (0, 10) + t(1, 2) \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = 10 + 2t \end{cases}$

5. Se resuelve cada uno de los sistemas y se obtiene:

a) $P(1, 1)$ b) $P(-2, 2)$ c) $P(5, -2)$

6. a) $\frac{2}{-4} = \frac{3}{-6} \neq \frac{-5}{1} \Rightarrow$ rectas paralelas

b) $\frac{-2}{3} = \frac{4}{-6} = \frac{-12}{18} \Rightarrow$ rectas coincidentes

c) $\frac{1}{-2} \neq \frac{2}{4} \Rightarrow$ rectas secantes con punto de corte $P\left(0, \frac{3}{2}\right)$

7. a) s: $2x + y - 1 = 0$

b) s: $2x - 3y - 13 = 0$

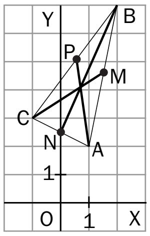
c) s: $y + 3 = 0$

8. A, B y C están alineados si AB y AC son proporcionales.

a) Están alineados, pertenecen a la recta $y = 2x - 3$.

b) Forman triángulo.

9. $M\left(\frac{1}{2}, 5\right)$, $N\left(0, \frac{5}{2}\right)$, $P\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$



PA: $y = -6x + 8$

NB: $y = \frac{9}{4}x + \frac{5}{2}$

MC: $y = \frac{3}{5}x + \frac{18}{5}$

10. a) $x_G = \frac{1}{3}(3 + 2 + 0) = \frac{5}{3}$, $y_G = \frac{1}{3}(1 - 2 + 0) = -\frac{1}{3} \Rightarrow G\left(\frac{5}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

b) Recta paralela a AB y que pasa por G:

$\frac{x - \frac{5}{3}}{-1} = \frac{y + \frac{1}{3}}{-3} \Rightarrow y = 3x - \frac{16}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow 9x - 3y - 16 = 0$

Recta paralela a AC y que pasa por G:

$\frac{x - \frac{5}{3}}{-3} = \frac{y + \frac{1}{3}}{-1} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - \frac{8}{9} \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x - 9y - 8 = 0$

Recta paralela a BC y que pasa por G:

$\frac{x - \frac{5}{3}}{-2} = \frac{y + \frac{1}{3}}{2} \Rightarrow y = -x + \frac{4}{3} \Rightarrow$

$\Rightarrow 3x + 3y - 4 = 0$

c) $\alpha(9x - 3y - 16) + \beta(3x - 9y - 8) = 0$

11. $2k + 5(3k - 2) - k = 0 \Rightarrow 16k - 10 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = \frac{5}{8}$

12. $x + (1 + k)y = 3 + k \Rightarrow \frac{x}{3 + k} + \frac{y}{\frac{3 + k}{1 + k}} = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow S = \frac{(3 + k)^2}{2 + 2k} = 4 \Rightarrow k^2 - 2k + 1 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = 1$