

# Los vectores en el plano

1. Efectúa las siguientes operaciones:

a)  $(5, -3) + (-3, -1)$

d)  $(1, 2) + (-2)(3, 4) + (-3)(5, -6)$

b)  $(-2, 4) + (-1)[(2, -1) + (-1)(-3, -4)]$

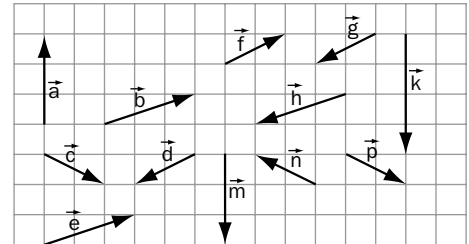
e)  $3[2(-2, 3) + (-2)(3, -4)] + (-1, -2)$

c)  $(-2)(3, -3) + 3(-3, 3) + (1, 0)$

f)  $\frac{1}{2}(-1, 3) + (-2)\left(\frac{1}{3}, -\frac{1}{2}\right)$

2. Dados los vectores de la figura, indica las coordenadas de cada uno de ellos y decide cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas.

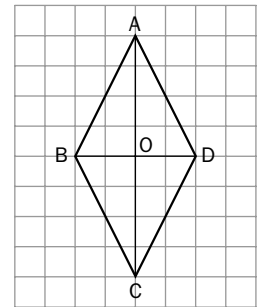
$\vec{a} = \vec{m}$	$\vec{m} = -\vec{k}$	$\vec{b} = -\vec{h}$
$\vec{b} = \vec{e}$	$\vec{f} = -\vec{g}$	$\vec{g} = \vec{d}$
$\vec{c} = -\vec{n}$	$\vec{c} = -\vec{p}$	$\vec{n} = \vec{p}$



3. Dado el rombo de vértices ABCD, completa las siguientes igualdades:

Ejemplo:  $\vec{AB} + \vec{BC} = (-2, -4) + (2, -4) = (0, -8) = \vec{AC}$

$\vec{AB} + \vec{BO}$	$\vec{OC} + \vec{CD}$
$\vec{CA} + \vec{AB}$	$\vec{BC} + \vec{CD}$
$\vec{OD} + \vec{DC}$	$\vec{CD} + \vec{AB}$
$\vec{OB} + \vec{OD}$	$\vec{CD} + \vec{DA} + \vec{AB}$



4. Calcula el producto escalar de los siguientes vectores:

a)  $\vec{u} = (3, 4), \vec{v} = (2, 5)$

b)  $\vec{u} = (-2, 4), \vec{v} = (2, -1)$

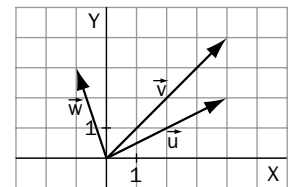
c)  $\vec{u} = (-3, -4), \vec{v} = (2, 0)$

5. Dados los vectores de la figura, calcula el valor de las siguientes operaciones:

a)  $\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$

b)  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) - \vec{w} \cdot (\vec{u} - \vec{v})$

c)  $\vec{u} \cdot (2\vec{v} + 3\vec{w}) - \vec{w} \cdot (3\vec{u} - 2\vec{v})$



6. Calcula el módulo de los siguientes vectores:

a)  $\vec{u} = (3, 4)$

b)  $\vec{v} = (-6, 8)$

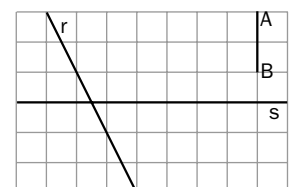
c)  $\vec{w} = (-24, -32)$

7. Consideramos los vectores  $\vec{u} = (2, -2)$  y  $\vec{v} = 2\vec{i} - \vec{j}$ . Dibújalos y calcula el ángulo que forman.

8. Calcula un vector unitario  $\vec{y}$  que tenga la misma dirección que el vector  $\vec{u} = (16, -30)$ .

9. Calcula un vector unitario  $\vec{y}$  que sea ortogonal al vector  $\vec{u} = (15, -8)$ .

10. Dadas las rectas r y s y el segmento AB de la figura, traza otro segmento CD de la misma longitud que AB y paralelo a él y tal que el punto C pertenezca a la recta s y el punto D a la r.



# SOLUCIONES

1. a)  $(2, -4)$                       d)  $(-20, 12)$   
 b)  $(-7, 1)$                         e)  $(-31, 40)$   
 c)  $(-14, 15)$                     f)  $\left(-\frac{7}{6}, \frac{5}{2}\right)$

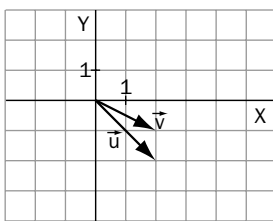
2.  $\vec{a} = (0, 3)$      $\vec{b} = (3, 1)$      $\vec{c} = (2, -1)$   
 $\vec{d} = (-2, -1)$     $\vec{e} = (3, 1)$      $\vec{f} = (2, 1)$   
 $\vec{g} = (-2, -1)$     $\vec{h} = (-3, -1)$     $\vec{k} = (0, -4)$   
 $\vec{m} = (0, -3)$      $\vec{n} = (-2, 1)$      $\vec{p} = (2, -1)$   
 $\vec{a} = \vec{m}$  falsa  
 $\vec{b} = \vec{e}$  verdadera  
 $\vec{c} = -\vec{n}$  verdadera  
 $\vec{m} = -\vec{k}$  falsa  
 $\vec{f} = -\vec{g}$  verdadera  
 $\vec{c} = -\vec{p}$  falsa  
 $\vec{b} = -\vec{h}$  verdadera  
 $\vec{g} = \vec{d}$  verdadera  
 $\vec{n} = \vec{p}$  falsa

3.  $\vec{AB} + \vec{BO} = (-2, -4) + (2, 0) = (0, -4) = \vec{AO}$   
 $\vec{OC} + \vec{CD} = (0, -4) + (2, 4) = (2, 0) = \vec{OD}$   
 $\vec{CA} + \vec{AB} = (0, 8) + (-2, -4) = (-2, 4) = \vec{CB}$   
 $\vec{BC} + \vec{CD} = (2, -4) + (2, 4) = (4, 0) = \vec{BD}$   
 $\vec{OD} + \vec{DC} = (2, 0) + (-2, -4) = (0, -4) = \vec{OC}$   
 $\vec{CD} + \vec{AB} = (2, 4) + (-2, -4) = (0, 0) = \vec{0}$   
 $\vec{OB} + \vec{OD} = (-2, 0) + (2, 0) = (0, 0) = \vec{0}$   
 $\vec{CD} + \vec{DA} + \vec{AB} = (2, 4) + (-2, 4) + (-2, -4) = (-2, 4) = \vec{CB}$

4. a)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = (3, 4) \cdot (2, 5) = 6 + 20 = 26$   
 b)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-2, 4) \cdot (2, -1) = -4 - 4 = -8$   
 c)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-3, -4) \cdot (2, 0) = -6 + 0 = -6$

5.  $\vec{u} = (4, 2)$      $\vec{v} = (4, 4)$      $\vec{w} = (-1, 3)$   
 a)  $(4, 2) \cdot (4, 4) + (4, 2) \cdot (-1, 3) =$   
 $= 16 + 8 - 4 + 6 = 26$   
 b)  $(4, 2) \cdot (3, 7) - (-1, 3) \cdot (0, -2) =$   
 $= 12 + 14 + 6 = 32$   
 c)  $(4, 2) \cdot (5, 13) - (-1, 3) \cdot (4, -2) =$   
 $= 20 + 26 + 4 + 6 = 56$

6. a)  $|\vec{u}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$   
 b)  $|\vec{v}| = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$   
 c)  $|\vec{w}| = \sqrt{(-24)^2 + (-32)^2} = \sqrt{1600} = 40$

7.   $\cos(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$   
 $\cos(\widehat{(\vec{u}, \vec{v})}) = \frac{4 + 2}{\sqrt{4 + 4} \sqrt{4 + 1}} = \frac{6}{\sqrt{40}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$   
 $\widehat{(\vec{u}, \vec{v})} = 18,43... \approx 18^\circ 26' 6''$

8. Para obtener un vector en la dirección de  $\vec{u}$  y que sea unitario, basta dividir  $\vec{u}$  por su módulo:

$$\frac{\vec{u}}{|\vec{u}|} = \left( \frac{16}{\sqrt{16^2 + (-30)^2}}, \frac{-30}{\sqrt{16^2 + (-30)^2}} \right) =$$

$$= \left( \frac{16}{34}, -\frac{30}{34} \right) = \left( \frac{8}{17}, -\frac{15}{17} \right)$$

9. Un vector ortogonal al vector  $\vec{u} = (15, -8)$  es  $\vec{v} = (8, 15)$  ya que  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 120 - 120 = 0$ .

Para obtener un vector en la dirección de  $\vec{v}$  y que sea unitario, basta dividir  $\vec{v}$  por su módulo:

$$\frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = \left( \frac{8}{\sqrt{8^2 + 15^2}}, \frac{15}{\sqrt{8^2 + 15^2}} \right) = \left( \frac{8}{17}, \frac{15}{17} \right)$$

10. Trasladamos la recta  $s$  según el vector  $\vec{AB}$ .

La intersección de dicha recta con la  $r$  nos da el extremo D del segmento buscado.

El otro extremo, C, se obtiene como traslación del punto D según el vector guía  $-\vec{AB} = \vec{BA}$ .

