

## Operaciones y cálculos con derivadas

- Calcula las siguientes derivadas:
  - $D 5 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x$
  - $D 3 \cos x$
  - $D 2 \operatorname{arc} \operatorname{sen} x$
- Calcula las siguientes derivadas expresando previamente las funciones en forma de potencia:
  - $D \sqrt[4]{x^5}$
  - $D \frac{2x}{\sqrt{x}}$
  - $D (x^2 \sqrt{x})$
- Calcula las siguientes derivadas:
  - $D (x^3 - 3x^2 + 4x - 2)$
  - $D (-x^4 + x^2 - 1)$
  - $D (x^3 - 4x^2 + 1)^2$
- Calcula las siguientes derivadas expresando previamente las funciones en forma de potencia:
  - $D \frac{1}{x + 3}$
  - $D \frac{3}{x^2 - 1}$
  - $D \frac{2}{(x^2 - 3)^3}$
- Calcula las siguientes derivadas:
  - $D e^{2x+7}$
  - $D 3 e^{1-x^2}$
  - $D 3^{\operatorname{tg} x}$
- Calcula las siguientes derivadas:
  - $D L(x^3 - x^2)$
  - $D L(\cos x)$
  - $D L(x^2 + \operatorname{sen} x)$
- Calcula las siguientes derivadas:
  - $D \operatorname{sen} (x + 5)$
  - $D \cos (x^2 - 1)$
  - $D \operatorname{sen} (\operatorname{sen} x)$
- Calcula las siguientes derivadas y expresa el resultado de la forma más simple posible.
  - $D \operatorname{arc} \operatorname{sen} (x^2 - 1)$
  - $D \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1+x}{1-x}$
- Calcula la derivada de los siguientes productos:
  - $D ((x^2 - 2) \cdot e^{x^2+1})$
  - $D ((1 + x^2) \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} x)$
  - $D (\cos x \cdot L(\operatorname{tg} x))$
- Calcula la derivada de los siguientes cocientes:
  - $D \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1}$
  - $D \frac{x}{x^2 - 1}$
  - $D \frac{e^x + x}{e^x - x}$
- Calcula la derivada de las siguientes funciones de tipo potencial-exponencial.
  - $D (x^2 + 1)^x$
  - $D (\operatorname{sen} x)^{x+1}$
  - $D (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$
- Determina el valor de los parámetros  $m$  y  $n$  sabiendo que la recta  $y = x$  es tangente a la gráfica de la función  $f(x) = x^2 + mx + n$  en el punto  $(1, 1)$ .
- Halla el valor de  $m$  para que la recta  $y = 4x + m$  sea tangente a la gráfica de la función  $f(x) = 3x^2 + 5$ .

# SOLUCIONES

1. a)  $D 5 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x = \frac{5}{1+x^2}$

b)  $D 3 \cos x = -3 \sin x$

c)  $D 2 \operatorname{arc} \operatorname{sen} x = \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$

2. a)  $D \sqrt[4]{x^5} = D x^{\frac{5}{4}} = \frac{5}{4} \sqrt[4]{x}$

b)  $D \frac{2x}{\sqrt{x}} = D 2x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

c)  $D (x^2 \sqrt{x}) = D x^{\frac{5}{2}} = \frac{5}{2} x \sqrt{x}$

3. a)  $D (x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 3x^2 - 6x + 4$

b)  $D (-x^4 + x^2 - 1) = -4x^3 + 2x$

c)  $D (x^3 - 4x^2 + 1)^2 = 2(x^3 - 4x^2 + 1)(3x^2 - 8x)$

4. a)  $D \frac{1}{x+3} = D (x+3)^{-1} = \frac{-1}{(x+3)^2}$

b)  $D \frac{3}{x^2-1} = D 3(x^2-1)^{-1} = \frac{-6x}{(x^2-1)^2}$

c)  $D \frac{2}{(x^2-3)^3} = D 2(x^2-3)^{-3} = \frac{-12x}{(x^2-3)^4}$

5. a)  $D e^{2x+7} = 2e^{2x+7}$

b)  $D 3 e^{1-x^2} = -6x e^{1-x^2}$

c)  $D 3^{\operatorname{tg} x} = L 3 \cdot 3^{\operatorname{tg} x} \frac{1}{\cos^2 x}$

6. a)  $D L(x^3 - x^2) = \frac{3x-2}{x^2-x}$

b)  $D L(\cos x) = -\operatorname{tg} x$

c)  $D L(x^2 + \operatorname{sen} x) = \frac{2x + \cos x}{x^2 + \operatorname{sen} x}$

7. a)  $D \operatorname{sen} (x+5) = \cos (x+5)$

b)  $D \cos (x^2 - 1) = -2x \operatorname{sen} (x^2 - 1)$

c)  $D \operatorname{sen} (\operatorname{sen} x) = \cos (\operatorname{sen} x) \cos x$

8. a)  $D \operatorname{arc} \operatorname{sen} (x^2 - 1) = \frac{2x}{\sqrt{1-(x^2-1)^2}} = \frac{2x}{\sqrt{x^2(2-x^2)}}$

b)  $D \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{1+x}{1-x} = \frac{1}{1+x^2}$

9. a)  $D ((x^2 - 2) \cdot e^{x^2+1}) = 2x \cdot (x^2 - 1) \cdot e^{x^2+1}$

b)  $D ((1+x^2) \cdot \operatorname{arc} \operatorname{tg} x) = 2x \operatorname{arc} \operatorname{tg} x + 1$

c)  $D (\cos x \cdot L(\operatorname{tg} x)) = -\operatorname{sen} x \cdot L \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{sen} x}$

10. a)  $D \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{2}{(x^2 + 1)^2}$

b)  $D \frac{x}{x^2 - 1} = -\frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$

c)  $D \frac{e^x + x}{e^x - x} = \frac{2e^x(1-x)}{(e^x - x)^2}$

11. a)  $D (x^2 + 1)^x = \left( L(x^2 + 1) + \frac{2x^2}{x^2 + 1} \right) (x^2 + 1)^x$

b)  $D (\operatorname{sen} x)^{x+1} = (L \operatorname{sen} x + (x+1) \cot x) (\operatorname{sen} x)^{x+1}$

c)  $D (\operatorname{tg} x)^{\cos x} = \left( -\operatorname{sen} x L \operatorname{tg} x + \frac{1}{\operatorname{sen} x} \right) (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$

12. Como  $f(1) = 1 \Rightarrow m + n = 1$ .

Además  $f'(x) = 2x + m$ , entonces:

$$f'(1) = 1 \Rightarrow 2 + m = 1$$

Se resuelve el sistema  $\begin{cases} m + n = 1 \\ 2 + m = 1 \end{cases}$  y resulta

$$m = -1 \text{ y } n = 2$$

La función es  $f(x) = x^2 - x + 2$ .

13.  $f'(x) = 6x$

Buscamos el punto de tangencia  $(a, f(a))$  que verifica que  $f'(a) = 4$ .

$$6a = 4 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

El punto de tangencia  $\left(\frac{2}{3}, \frac{19}{3}\right)$  pertenece a la recta tangente, por tanto:

$$\frac{19}{3} = 4 \cdot \frac{2}{3} + m \Rightarrow m = \frac{11}{3}$$