

Sistemas de ecuaciones lineales. Método de Gauss

1. Resuelve las ecuaciones de primer grado:

$$a) \frac{x}{3} + \frac{2x}{5} - \frac{4x}{15} = 1 + \frac{22x}{15} \quad b) \frac{2x+5}{5} = 2 + x - \frac{x+3}{3} \quad c) \frac{5x-2}{4} - \frac{7x-3}{8} = \frac{x-1}{2}$$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$a) \frac{(3x+1) \cdot (3x-1)}{9} = \frac{(x-5) \cdot (x+1)}{2} + \frac{(9x-1) \cdot (x+3)}{18} + \frac{8}{9}$$

$$b) \frac{(3x-7) \cdot (3x+7)}{6} = \frac{(x-2)^2}{2} + \frac{(2x+1)^2}{4}$$

$$c) \frac{x \cdot (x+1)}{15} + \frac{(x-5)^2}{5} + \frac{(x+3)^2}{3} = \frac{(3x+1) \cdot (3x-1)}{15}$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$$a) 10x^2 + 11x - 6 = 0 \quad b) -25x^2 + 25x - 4 = 0 \quad c) (2x-1) \cdot (3x+1) = 6$$

4. Resuelve las siguientes ecuaciones, calculando previamente alguna solución entera:

$$a) 6x^3 + 13x^2 - 4 = 0 \quad b) 12x^3 - 19x^2 + 8x - 1 = 0 \quad c) 4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$$

5. Resuelve las siguientes ecuaciones radicales. Recuerda que al final del proceso debes comprobar cuáles de las soluciones halladas son verdaderas y cuáles son falsas:

$$a) x + \sqrt{x} = 132 \quad c) 2x - 1 - \sqrt{6x^2 - 12x + 7} = 0$$

$$b) 2x - 3 + \sqrt{2x+3} = 6 \quad d) 3\sqrt{3x-1} = 2\sqrt{3(2x-1)}$$

6. Aplica el método de sustitución para resolver los siguientes sistemas de segundo grado:

$$a) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 2x^2 + 3xy = 14 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x - 3y = 4 \\ y^2 + 2xy = -1 \end{cases}$$

7. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales realizando un cambio de incógnita en los casos que consideres necesario:

$$a) 4^{2x-1} = 64 \quad b) 2^{2x^2-3x} = 4 \quad c) 3^{x+1} + 3^{x-1} = 30$$

8. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

$$a) 5 \log x = 10 \quad b) \log(x-27) = \log x - 1$$

9. Resuelve las siguientes inecuaciones:

$$a) \frac{2x+1}{2} > 2 + \frac{x+8}{2} \quad b) \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{4} - \frac{x-3}{8} < \frac{59}{8} \quad c) 2x^2 - x - 6 \leq 0$$

10. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$a) \begin{cases} x + 2y - z = -5 \\ x + 4y + z = -5 \\ x + 3y + z = -3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} x + 3y - 2z = -6 \\ 2x - 3y + 5z = 6 \\ -x + 3y + 2z = 0 \end{cases} \quad c) \begin{cases} -x + 3y + 2z = 1 \\ x - 4y + 3z = 15 \\ 2x - y + 4z = 17 \end{cases}$$

11. La suma de las edades de tres amigos es 52 años. Se sabe que Juan y Eva tienen la misma edad y que la suma de las edades de Eva y de Ana es 35 años. Calcula las edades de los tres.

SOLUCIONES

1. a) $5x + 6x - 4x = 15 + 22x \Rightarrow x = -1$
 b) $6x + 15 = 30 + 15x - 5x - 15 \Rightarrow x = 0$
 c) $10x - 4 - 7x + 3 = 4x - 4 \Rightarrow x = 3$

2. a) $2(9x^2 - 1) =$
 $= 9(x^2 - 4x - 5) + 9x^2 + 26x - 3 + 16$
 $18x^2 - 2 = 18x^2 - 10x - 32 \Rightarrow x = -3$
 b) $2(9x^2 - 49) =$
 $= 6(x^2 - 4x + 4) + 3(4x^2 + 4x + 1)$
 $12x = 125 \Rightarrow x = \frac{125}{12}$
 c) $x^2 + x + 3(x^2 - 10x + 25) + 5(x^2 + 6x + 9) =$
 $= 9x^2 - 1$
 $x = -121$

3. a) $x = \frac{-11 \pm \sqrt{121 + 240}}{20} \Rightarrow x = \frac{2}{5}, x = -\frac{3}{2}$
 b) $x = \frac{-25 \pm \sqrt{625 - 400}}{-50} \Rightarrow x = \frac{1}{5}, x = \frac{4}{5}$
 c) $6x^2 - x - 7 = 0$
 $x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 168}}{12} \Rightarrow x = \frac{7}{6}, x = -1$

4. a) $(x + 2)(6x^2 + x - 2) = 0$
 $x = -2, x = \frac{1}{2}, x = -\frac{2}{3}$
 b) $(x - 1)(12x^2 - 7x + 1) = 0$
 $x = 1, x = \frac{1}{3}, x = \frac{1}{4}$
 c) $(x + 1)(x - 1) \cdot (4x^2 - 1) = 0$
 $x = 1, x = -1, x = \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{2}$

5. a) $x = (132 - x)^2 \Rightarrow x^2 - 265x + 17424 = 0$
 $x = 121$ ($x = 144$ falsa)
 b) $2x + 3 = (9 - 2x)^2 \Rightarrow 2x^2 - 19x + 39 = 0$
 $x = 3$ ($x = 6,5$ falsa)
 c) $(2x - 1)^2 = 6x^2 - 12x + 7 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0$
 $x = 1, x = 3$
 d) $9(3x - 1) = 12(2x - 1) \Rightarrow 3x = -3$
 $(x = -1$ falsa).

La ecuación no tiene ninguna solución.

6. a) $\begin{cases} y = 5 - 2x \\ 2x^2 + 3x(5 - 2x) = 14 \\ -4x^2 + 15x - 14 = 0 \end{cases}$
 $(x = 2, y = 1); \left(x = \frac{7}{4}, y = \frac{3}{2}\right)$
 b) $\begin{cases} x = 4 + 3y \\ y^2 + 2y(4 + 3y) = -1 \\ 7y^2 + 8y + 1 = 0 \end{cases}$
 $\left(x = \frac{25}{7}, y = -\frac{1}{7}\right); (x = 1, y = -1)$

7. a) $4^{2x-1} = 4^3 \Rightarrow x = 2$
 b) $2^{2x^2-3x} = 2^2 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$
 $x = 2, x = -\frac{1}{2}$
 c) $3 \cdot 3^x + \frac{1}{3} \cdot 3^x = 30 \Rightarrow 3^x = 9 = 3^2$
 $x = 2$

8. a) $\log x = 2 = \log 100 \Rightarrow x = 100$
 b) $\log(x - 27) = \log x - \log 10 = \log\left(\frac{x}{10}\right)$
 $x - 27 = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 30$

9. a) $x > 11$
 b) $5x - 5 < 59 \Rightarrow x < \frac{64}{5}$
 c) $(x - 2)(2x + 3) \leq 0 \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq 2$

10. a) $\begin{cases} x + 2y - z = -5 \\ 2y + 2z = 0 \\ 2z = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 2 \end{cases}$
 b) $\begin{cases} x + 3y - 2z = -6 \\ -9y + 9z = 18 \\ 6y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = 1 \end{cases}$
 c) $\begin{cases} -x + 3y + 2z = 1 \\ -y + 5z = 16 \\ 33z = 99 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ z = 3 \end{cases}$

11. Edades (en años): Juan x , Eva x y Ana $35 - x$.
 $x + x + 35 - x = 52 \Rightarrow x = 17$
 Por tanto, Juan y Eva tienen 17 años cada uno y Ana tiene 18 años.